



Esercitazione 02: Riflessione in cavi coassiali

Brognoli Roberto, Garbi Luca, Libardi Gabriele

Issue: 1

Date: September 11, 2020

University of Trento
Department of Physics
Via Sommarive 14, 38123
Povo (TN), Italy

Introduzione

L'obiettivo di questa esercitazione è quello di misurare effetti cinematici e dinamici nelle linee di trasmissione, in particolare in cavi coassiali RG-58. Viene effettuata una misura della velocità di propagazione del segnale all'interno della linea e del coefficiente di riflessione in funzione del carico applicato. Viene inoltre data una stima dell'attenuazione per unità di lunghezza del cavo.

1 Setup

1.1 Materiali

- Generatore di funzione d'onda *Rigol DG1022* (impedenza nominale in uscita $R_s = 50 \Omega$);
- multimetro digitale (DMM) *Agilent 34410A*;
- oscilloscopio *Agilent DSOX2002A*;
- cavi coassiali RG58 da 10 m e da 1 m;
- 4 connettori a "T" BNC-BNC, 1 connettore BNC-banana, 1 connettore a "T" BNC-BNC;
- 1 trimmer da $1k\Omega$.

1.2 Procedure di misura

Al fine di misurare la velocità di propagazione della luce all'interno dei cavi coassiali, si possono sfruttare le proprietà di riflessione dei segnali all'estremità di un cavo coassiale. Utilizzando il setup in figura (1), impostiamo un impulso di 20 ns e 5 V di ampiezza sul generatore di forme d'onda che colleghiamo tramite un cavo coassiale al canale 1 dell'oscilloscopio attraverso un connettore a "T", all'altro capo del connettore colleghiamo i cavi RG58 di lunghezza $\ell = 10$ m, 20 m, 30 m, 40 m. Data la grande impedenza

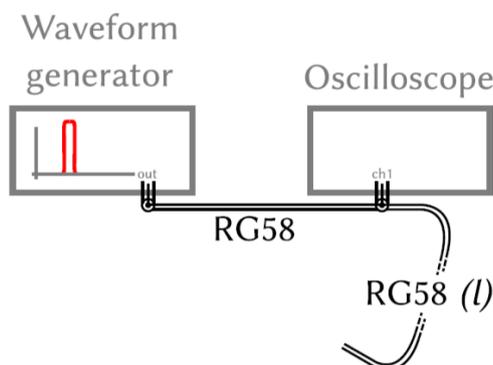


Figure 1: Setup utilizzato per la misura della velocità della luce e dell'attenuazione nei cavi coassiali.

dell'oscilloscopio (rispetto all'impedenza caratteristica dei cavi), il segnale prosegue pressoché imperturbato attraverso il cavo lungo ℓ . Il cavo non viene terminato in modo da avere circuito aperto e di conseguenza il segnale viene completamente riflesso: vale infatti

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z}{Z_L + Z} \quad (1)$$

con Γ *coefficiente di riflessione*, Z_L impedenza del carico applicato e Z impedenza caratteristica della linea di trasmissione. Per ciascun valore di ℓ vengono prese 5 acquisizioni di una schermata dell'oscilloscopio contenente il primo impulso dato dal generatore e il secondo dato dalla riflessione. Tramite la distanza temporale tra i picchi e la lunghezza dei cavi viene determinata la velocità della luce nel cavo mentre grazie al rapporto delle loro altezze si ricava il coefficiente di attenuazione.

Successivamente il cavo coassiale viene terminato con un trimmer da $1\text{ k}\Omega$, come in figura (7), grazie al quale facciamo variare la resistenza di carico per 15 valori differenti compresi circuito aperto e corto circuito. L'obiettivo è infatti quello di determinare il coefficiente Γ dato dalla (1) in funzione di Z_L . Per questa misura viene utilizzato un

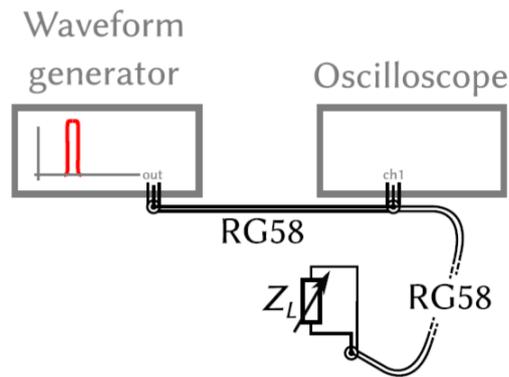


Figure 2: Setup utilizzato per la misura del coefficiente di riflessione.

cavo coassiale di 10 m e un impulso a 20 ns con ampiezza 5 V ; per ciascuna resistenza registriamo 5 acquisizioni.

2 Descrizione e discussione dei risultati

L'analisi dei dati è suddivisa in tre sotto sezioni: nella prima vengono esposti i risultati per la stima di velocità di propagazione e attenuazione, nella seconda è presente la misura del coefficiente di riflessione in funzione di Z_L , mentre nell'ultima parte viene effettuata una discussione sugli effetti della riflessione sui segnali misurati.

Non viene riportata una sezione per la conclusione in quanto i risultati vengono già esaminati e commentati in questa sezione.

2.1 Misura della velocità di propagazione e dell'attenuazione

Per determinare la velocità di propagazione di un segnale in un cavo, si può calcolare il tempo che intercorre tra il segnale in entrata e quello riflesso, dividendolo poi per la lunghezza del cavo. L'impulso emesso dal generatore d'onda presenta un'estensione sulla scala temporale (non è un punto, come nel caso ideale) quindi per stabilire l'intervallo temporale che c'è tra due impulsi, è necessario introdurre una procedura operativa. Poiché

abbiamo notato che l'impulso emesso dal generatore non era esattamente simmetrico, abbiamo escluso l'idea di prendere come tempo quello a cui corrisponde il valore maggiore raggiunto dal picco. Invece abbiamo seguito questa procedura: abbiamo scelto il valore uguale alla metà del massimo del picco, sappiamo che la retta \mathbf{r} di ordinata pari a questo valore interseca un impulso in due punti; abbiamo quindi preso le due coppie di punti che stanno rispettivamente subito sopra e subito sotto alla retta, ovvero i punti più vicini (passaggio necessario in quanto disponiamo di uno spettro discreto di valori di tensione e tempo). In seguito abbiamo tracciato le due rette \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 che connettono le due coppie di punti (sopra e sotto \mathbf{r}) e abbiamo considerato l'intersezione tra $(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)$ e $(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2)$. Infine per trovare il valore di tempo dell'impulso abbiamo fatto la media tra le ascisse di questi due punti di intersezione. Il procedimento appena descritto è stato effettuato per ognuna delle 5 acquisizioni per ogni configurazione. Per trovare il valore centrale, abbiamo mediato i tempi per ogni picco di ogni ripetizione, e come incertezza abbiamo tenuto la deviazione standard di questi. Abbiamo fatto questo sia per il picco di entrata sia per quello riflesso; dunque, per trovare l'intervallo di tempo tra i due impulsi, abbiamo semplicemente sottratto i due rispettivi tempi.

A questo punto, conoscendo le lunghezze dei cavi utilizzati, abbiamo rappresentato in un grafico (Fig.3) i punti sperimentali con le relative incertezze, dove abbiamo posto come ascisse gli intervalli temporali tra i due picchi Δt e come ordinate le rispettive lunghezze dei cavi coassiali usate. Nel grafico sono state utilizzate il doppio delle lunghezze reali del cavo,

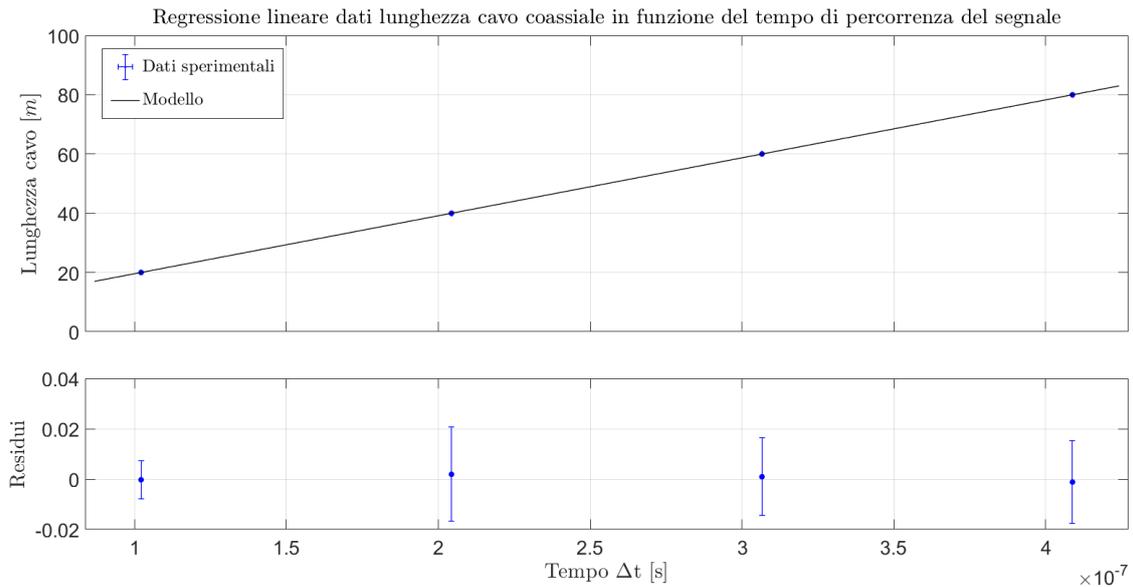


Figure 3: Lunghezza dei cavi in funzione di Δt , dati sperimentali e retta di regressione con residui.

perché l'intervallo di tempo calcolato prima si riferisce al tempo in cui il segnale percorre il cavo due volte (andata e ritorno). Successivamente abbiamo fatto una regressione lineare a questi dati, aspettandoci di trovare come coefficiente angolare della retta la velocità di propagazione del segnale nel cavo e come intercetta un valore approssimativamente nullo, dato che al tempo zero il segnale non percorre alcun cavo

$$\ell = \frac{v\Delta t}{2} \quad \longrightarrow \quad Y = mX + b \quad (2)$$

Riportiamo i parametri della regressione lineare in tabella.

m [m/s]	σ [m] [m/s]	b [m]	$\sigma[b]$ [m]
1.9561×10^8	0.0007×10^8	0.027	0.012

Il χ^2 della regressione risulta 0.02. Da questo valore capiamo che le incertezze sono sovrastimate, pesano particolarmente quelle legate alla lunghezza del cavo, ovvero l'errore di risoluzione di 1 cm. Vediamo che l'intercetta risulta compatibile con 0 entro 2.5 deviazioni standard. Dal *datasheet* dei cavi coassiali si trova che la velocità di propagazione del segnale deve essere $2/3$ della velocità della luce ($v = 2/3 c = 199861638.67 \text{ m/s}$), notiamo allora che questo valore non è per nulla in accordo con i dati sperimentali entro le incertezze, sebbene abbiano lo stesso ordine di grandezza. Tuttavia è necessario tenere in conto che il valore trovato sul *datasheet* è privo di incertezze e non fa riferimento ad alcun valore di frequenza, rispetto alla quale la velocità di propagazione cambia a causa di fenomeni dispersivi.

Per il calcolo dell'attenuazione A del cavo coassiale in funzione della sua lunghezza, abbiamo analizzato le ampiezze degli impulsi, prendendo come valore il massimo del picco. Abbiamo fatto questa scelta perché la forma dell'impulso non presenta particolare rumore al suo apice. Questo è stato fatto sia per l'impulso in entrata, sia per quello riflesso. Il valore di massimo è stato preso per ognuna delle 5 ripetizioni per ogni configurazione; abbiamo poi fatto la media di questi valori per ottenere un valore centrale, e si è usata la deviazione standard di queste ripetizioni per l'incertezza. Il calcolo dell'attenuazione viene fatto attraverso il rapporto tra la potenza dell'impulso riflesso P_{out} e tra quella dell'impulso in entrata P_{in} , che nel nostro caso equivale al rapporto tra il quadrato del voltaggio massimo del picco riflesso V_{out} e il quadrato del voltaggio massimo del picco in entrata V_{in} . Abbiamo infine scelto di esprimere l'attenuazione usando la scala logaritmica dei decibel:

$$A = -10 \log_{10} \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad \Leftrightarrow \quad A = -20 \log_{10} \frac{V_{out}}{V_{in}} \quad (3)$$

Ogni valore di attenuazione trovato è stato graficato in funzione della lunghezza di cavo utilizzato per quella misura insieme alle relative incertezze (Fig.4). Una volta notato

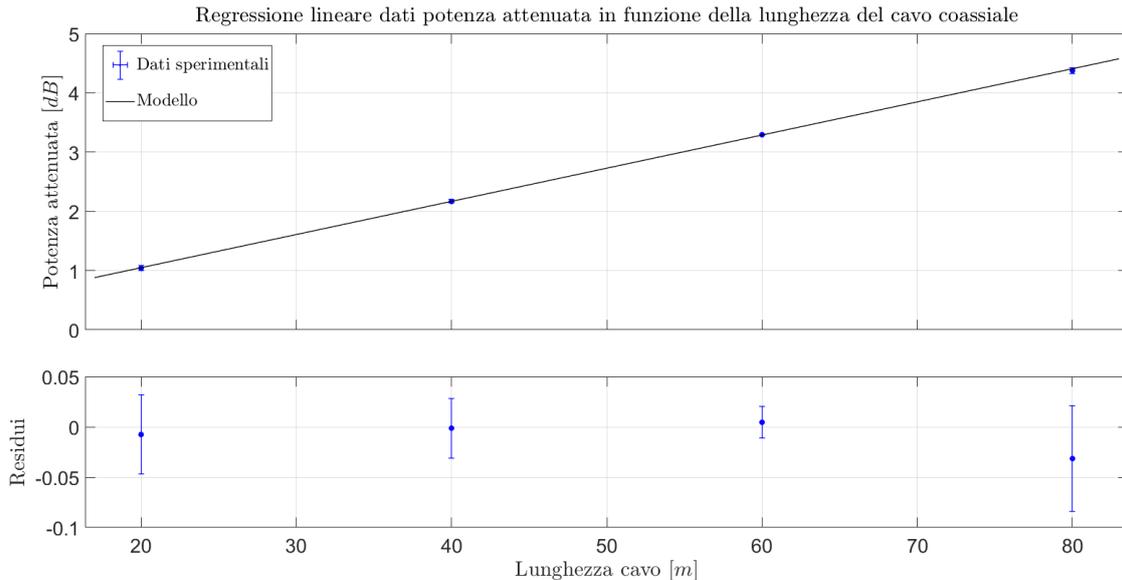


Figure 4: Attenuazione in funzione di ℓ , dati sperimentali e retta di regressione con residui.

l'andamento lineare dei dati, abbiamo effettuato una regressione lineare per ottenere come coefficiente angolare della retta l'attenuazione per metro \hat{A} . Anche in questo caso dobbiamo ottenere un valore dell'intercetta che si approssimi a zero, perché l'attenuazione che si ha di un cavo di lunghezza nulla è zero, a meno di considerare fluttuazioni stocastiche e la presenza nel circuito di altre parti dissipative come cavi di collegamento. Considerando una relazione del tipo $A = \hat{A}\ell + b$ riportiamo in tabella i valori calcolati:

\hat{A} [dB/m]	$\sigma[\hat{A}]$ [dB/m]	b [dB]	$\sigma[b]$ [dB]
0.056	0.001	-0.07	0.05

Abbiamo ottenuto un $\chi^2 = 0.24$, come in precedenza il valore così basso suggerisce una sovrastima delle incertezze sulla lunghezza dei cavi. Mentre l'intercetta della retta risulta compatibile con 0 entro 2 deviazioni standard, notiamo che il valore di \hat{A} trovato non è in accordo con il valore previsto dal datasheet dei cavi coassiali (in appendice) di 9.7 dB/100 m per un impulso a 50 MHz (20 ns). Questa incompatibilità è dovuta all'assunzione che il segnale in ingresso al cavo sia effettivamente lungo 20 ns. Il generatore infatti è quasi al suo limite inferiore di tempo (16 ns) e possiamo notare (Fig.5) come l'impulso non abbia affatto l'aspetto di un'onda quadra per la durata di 20 ns. Effettuiamo allora una trasformata di Fourier (Fig.6) di questo segnale in modo da vederne lo spettro delle frequenze. Notiamo a questo punto che abbiamo un picco ad una frequenza di circa 16 MHz, fatto che conferma la nostra ipotesi. Stando al datasheet infatti l'attenuazione dovrebbe essere di poco superiore a 4.1 dB/100 m (valore a 10 MHz) e comunque minore di 9.7 dB/100 m.

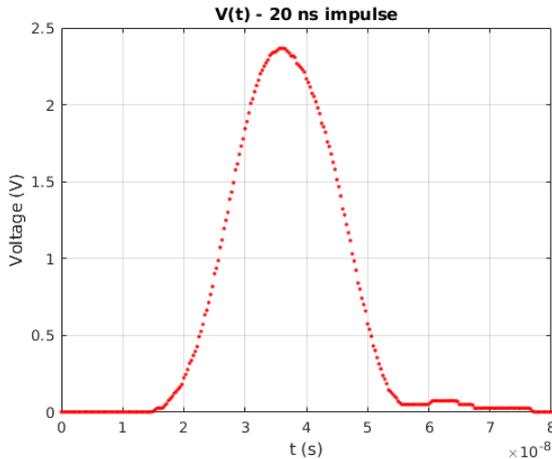


Figure 5: Impulso in funzione del tempo.

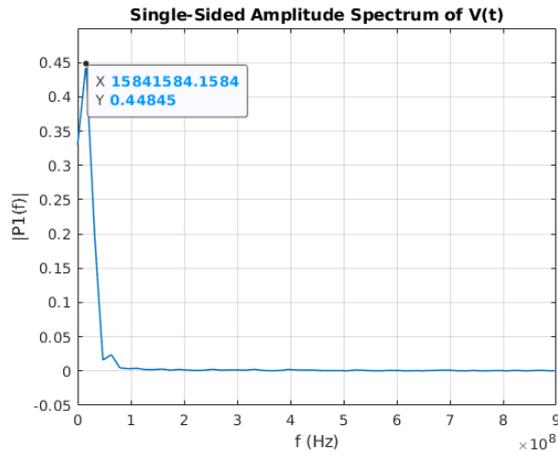


Figure 6: Spettro delle frequenze per l'impulso a 20 ns.

2.2 Misura del coefficiente di riflessione

Come già anticipato nella sezione di procedure, andiamo ora a studiare il coefficiente di riflessione del cavo coassiale lungo 10 m in funzione del carico collegato alla sua estremità. Abbiamo analizzato per ogni configurazione l'ampiezza dell'impulso emesso e di quello riflesso. In una modalità simile a quella effettuata per l'attenuazione del segnale (paragrafo precedente), abbiamo preso i valori di massimo degli impulsi per ognuna delle 5 ripetizioni per ogni misura, abbiamo poi stimato un valore centrale facendone la media, ed infine abbiamo utilizzato come incertezza la deviazione standard di questi, tenendo così in considerazione solo gli errori stocastici. Come è noto dalla teoria (Eq.(1)), per carichi inferiori

all'impedenza caratteristica il segnale riflesso è capovolto sul semipiano negativo, oltre che attenuato. Nel caso di carichi superiori alla impedenza caratteristica (ad esempio nel caso dell'analisi precedente), l'impulso riflesso sta nel semipiano positivo. Infine in prossimità di un valore di resistenza simile a quello dell'impedenza caratteristica il segnale riflesso risulta completamente attenuato. Nel caso del nostro apparato c'è inoltre da tenere in considerazione l'effetto dovuto all'induttanza del cavo stesso e delle terminazioni che collegano il cavo coassiale al trimmer. Per ridurre questo effetto, che si manifesta con la presenza di un piccolo picco vicino a quello riflesso, abbiamo ridotto l'area formata dai fili di collegamento intrecciandoli il più possibile. Questo effetto si manifesta in maniera evidente quando il segnale riflesso risulta essere molto attenuato, quindi con carico circa uguale alla impedenza caratteristica del cavo. Mentre per valori di carico lontani da quello di impedenza caratteristica, il contributo dell'induttanza del circuito si sovrappone all'impulso riflesso rendendolo meno evidente, ma comunque presente. Riportiamo sotto un'acquisizione del segnale di andata e di ritorno in un cavo coassiale collegato all'estremità da una resistenza di 50Ω per evidenziare l'effetto discusso. Nei casi in cui si è manifestato questo effetto

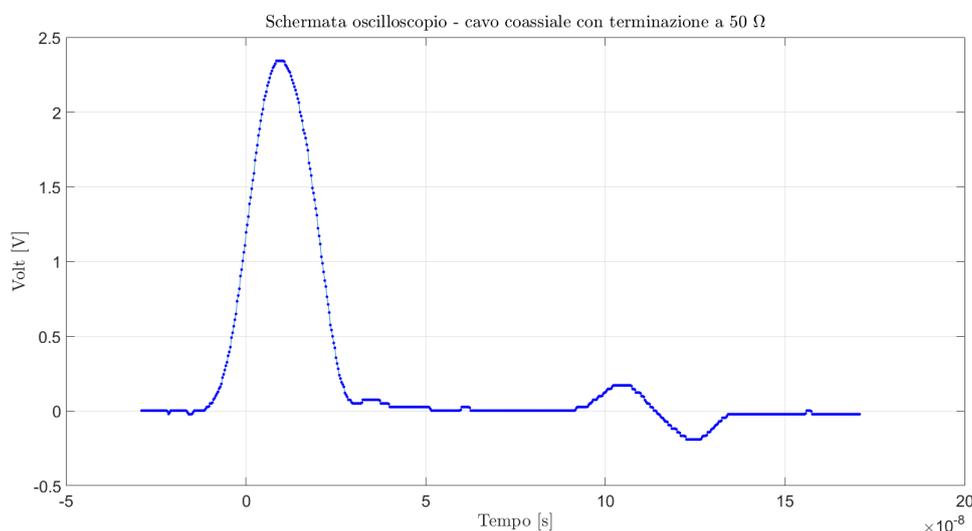


Figure 7: Schermata oscilloscopio per configurazione a terminazione di 50Ω . Si osservano due forme. La principale è l'impulso in uscita dal generatore, mentre l'altra è la curva dovuta all'effetto induttivo dell'apparato costruito.

in maniera eclatante, abbiamo deciso di prendere come valore di ampiezza del segnale la somma tra il massimo del picco riflesso e il suo minimo, ipotizzando che ci sia, in buona approssimazione, una simmetria nell'effetto induttivo. Si può osservare infatti dal grafico precedente la presenza di due picchi opposti, uno che succede l'altro. Sapendo dalla teoria che non si dovrebbe ottenere alcun segnale riflesso in quella configurazione, possiamo ipotizzare dunque che quella forma sia dovuta alla presenza inevitabile di un'induttanza nel circuito. Una spiegazione parallela o alternativa potrebbe essere un'impedenza caratteristica differente da 50Ω per il cavo corto che collega il generatore di forme d'onda all'oscilloscopio, in questo modo infatti si avrebbe un ulteriore fenomeno riflessivo a causa del non completo annullamento del segnale di ritorno al generatore.

Successivamente, per ottenere il coefficiente di riflessione, andiamo a fare il rapporto tra l'ampiezza dell'impulso riflesso e quella dell'impulso in entrata, propagando opportunamente l'incertezza. Arrivati a questo punto, otteniamo i coefficienti di riflessione sperimentali in funzione dei carichi utilizzati. Quello che ora andiamo a fare è un fit non lineare di questi dati. Ricordiamo la relazione (1) del coefficiente di riflessione in funzione del carico.

Osserviamo però che a circuito chiuso ($Z \rightarrow 0$) e a circuito aperto ($Z \rightarrow \infty$) non otteniamo coefficiente di riflessione rispettivamente $\Gamma = -1$, $\Gamma = 1$, ma valori di $|\Gamma| < 1$; questo fatto è dovuto all'attenuazione del cavo che presenta inevitabilmente fenomeni dispersivi. Per ovviare a questo problema, facciamo un fit dei dati a due parametri, uno dei quali è la resistenza caratteristica del circuito Z , mentre l'altro è una costante moltiplicativa A che funge da normalizzazione. La normalizzazione a 1, può essere fatta in buona approssimazione in quanto stiamo studiando la risposta di uno stesso cavo a diversi carichi, quindi ci aspettiamo che l'attenuazione del cavo sia sempre la stessa (analisi precedente), a meno di variazioni stocastiche della resistenza interna. Facciamo dunque un fit dei dati alla relazione seguente:

$$\Gamma_s = A \frac{Z_{L_s} - Z}{Z_{L_s} + Z} \quad (4)$$

Il pedice s si riferisce alle quantità sperimentali da fittare.

In figura (Fig.8) sono riportati i dati sperimentali con relative incertezze e fit non lineare (iperbole).

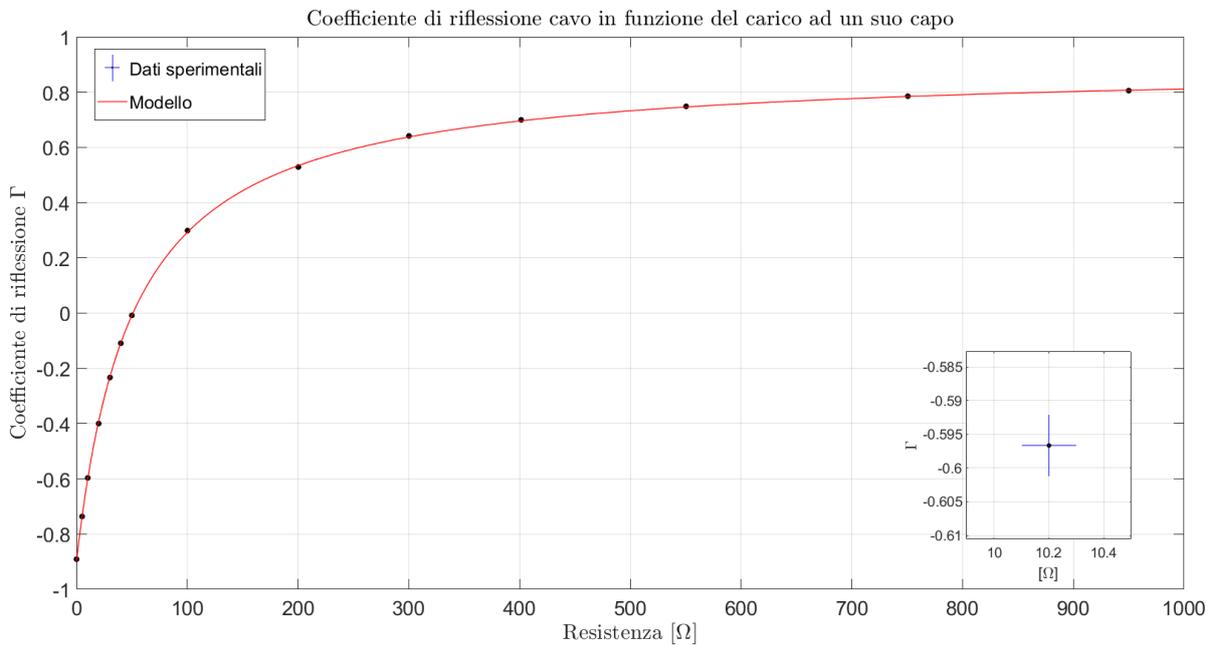


Figure 8: Fit non lineare coefficienti di riflessione in funzione del carico, nel grafico è stato omesso il punto che rappresenta il circuito aperto, in modo da apprezzare meglio l'andamento nei punti attorno a Z .

Con una confidenza del 95%, otteniamo come valori dei parametri del fit $Z = (51.1 \pm 0.5) \Omega$ e $A = 0.897 \pm 0.003$. Il valore di impedenza caratteristica è in accordo con quanto dichiarato sul *datasheet* dove viene riportata un'incertezza di 2Ω .

2.3 Effetti della riflessione sul segnale misurato

La decisione di impostare un *duty-cycle* di 20 ns nella parte precedente ci ha permesso, vista la lunghezza del cavo (10 m), di non avere interferenza tra il segnale in entrata e quello riflesso. Le cose ovviamente cambiano se si aumenta l'estensione temporale del segnale. Sapendo che l'impulso impiega circa 100 ns a percorrere 10 m di cavo avanti e indietro, se impostiamo un *duty-cycle* di 100 ns, ci aspettiamo che l'inizio del segnale riflesso interferisca con la fine del segnale in entrata. Nel caso di circuito aperto in fondo al cavo, se si aumenta

ulteriormente il tempo dell'impulso, si giunge ad ottenere una forma d'onda a due scalini con un picco di ampiezza due volte quella dell'impulso, dovuto all'interferenza costruttiva dei due segnali.

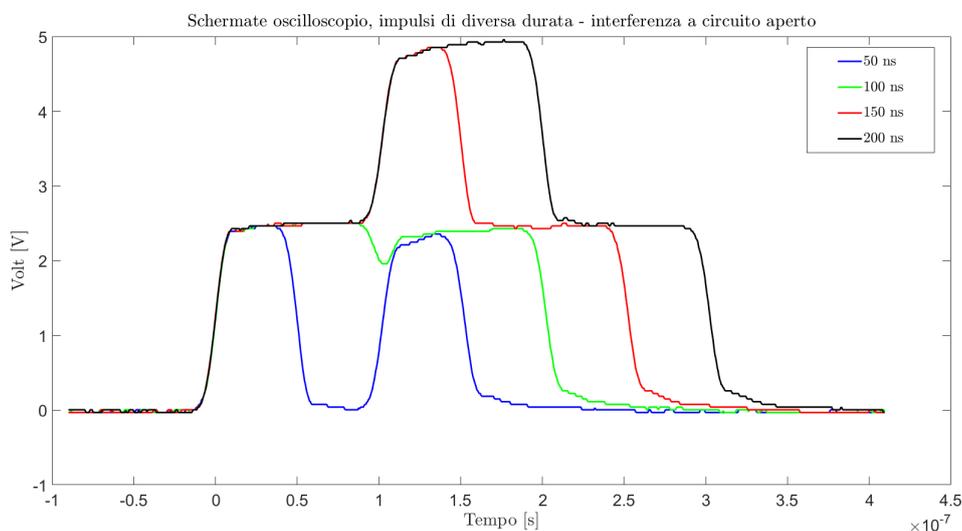


Figure 9: Impulso circuito aperto per diversi valori di *duty-cycle*.

Il caso in cui il cavo in fondo viene cortocircuitato è analogo al caso circuito aperto, si tratta sempre di interferenza. L'unica differenza è che nel caso circuito aperto (figura 9) si ha interferenza costruttiva, perché entrambi i segnali si trovano nel semipiano positivo, nel caso di cortocircuito (figura 10) invece si ha interferenza distruttiva, a causa del cambio di segno tra il segnale in entrata e quello riflesso.

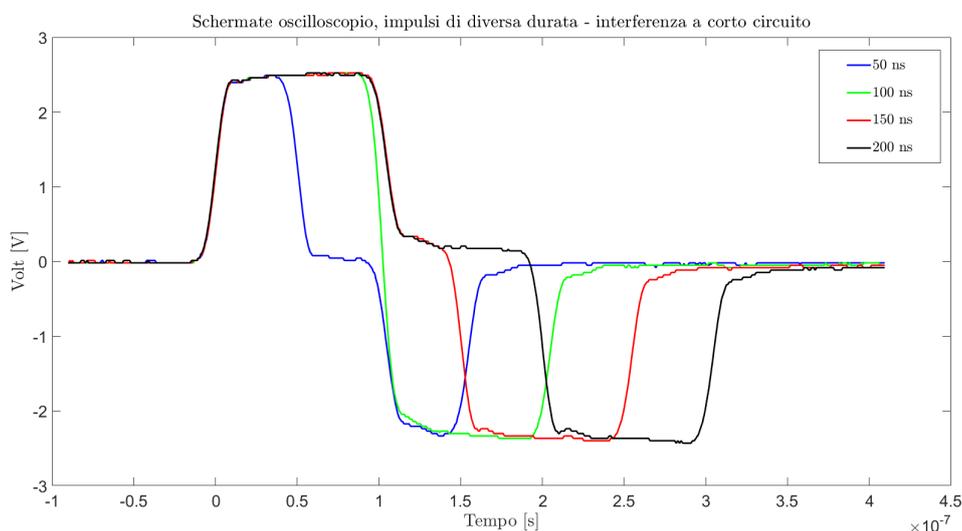


Figure 10: Impulso cortocircuitato per diversi valori di *duty-cycle*.

3 Appendice

3.1 Datasheet: RG-58-CU 50 Ω

ELECTRICAL PROPERTIES at 20°C

IMPEDANCE 50 ± 2 Ohm

CAPACITANCE 100 pF/m

VELOCITY RATIO 66%

RESISTANCE

- **INNER CONDUCT.** 36,5 Ohm/Km

- **BRAID** 14 Ohm/Km

TENSION

- **SHEATH** 4,0 kV

SPARK TESTING

ATTENUATIONS dB/100 m.

		dB	W
5	MHz	2,7	
10	MHz	4,1	
50	MHz	9,7	
100	MHz	13,9	
200	MHz	20,4	
400	MHz	30,0	

MAX. POWER RATING W

		dB	W
500	MHz	34,2	
600	MHz	37,9	
800	MHz	45,1	
1000	MHz	51,8	
1350	MHz	61,2	
1500	MHz	65,6	

		dB	W
1750	MHz	71,6	
2150	MHz	-	
2250	MHz	-	
2500	MHz	-	
2750	MHz	-	
3000	MHz	-	

Figure 11: Datasheet: RG-58-CU 50 Ω RF Coaxial Cable, manufactured in compliance with MIL-C-17F standards.